

数式処理ソフトを用いたロボットアームの動力学方程式の導出

計算材料学研究室 神谷友則
指導教官 山田 実

1. 緒言

ロボットアーム設計・解析の基礎となるのは、静的な関係を表す運動学方程式と動的な関係を表す動力学方程式の2式である。これらの方程式を導出しようとすると、多大な行列や微分計算などの数値処理と数式処理を必要とする。そのためこれらの処理をコンピュータで行うと設計・解析がスムーズに進む。

これまでもロボットアームの設計・解析を行うためのソフトがいくつか作られてきたが問題点が多かった。たとえば Robotics Toolbox⁽¹⁾ は数値処理のみ可能で数式処理はできない。また RACER⁽²⁾ は数式処理部と数値処理部が別々のプログラム言語で作られているのでデータのやり取りが不便である。そこで本研究では、数式処理と数値処理を一つの言語で行うシステムを作成する。

2. 開発環境と機能

今回開発したソフトウェアはロボットアーム設計・解析の基礎となるソフトである。このうちの運動学方程式の導出は清水⁽³⁾ が完成させたので残りの動力学方程式を導出するプログラムを作成した。

この動力学方程式の導出プログラムでは、主にロボットアームの関節部の動力学方程式（関節のトルク式）の導出を目的とする。動力学方程式の導出には、さまざまな方法がある。本研究ではラグランジェ法を使用する。この方法は、エネルギーの概念を使用しているために計算式が複雑になる。その反面、動力学方程式を数式で表したとき、慣性項・重力項・相互慣性項が別々に導出できるという利点があり、これにより動特性方程式を解析的に理解できるようになる。本システムの動力学方程式は、関節種類とリンク長、リンクの質量、一次モーメントなどのパラメータを入力してラグランジェ法に基づき導くことにした。

導出された動力学方程式は、項の数が多く複雑になっているので方程式の簡略化が必要となる。簡略化は、ロボットアームの軌道が一定であると仮定して、各項の重み（その項が式全体に影響を及ぼす割合）を比べ重みの小さい項を省略することでおこなう。

本研究ではこれらの計算を行うために行列の数値演算がベースである MATLAB5.3 とその上で数式処理を可能とする Symbolic Math Toolbox (SMT) を使用した。数値処理やグラフィックスを MATLAB 上で、動力学方程式の導出などの数式処理は SMT の機能を使用して行う。この SMT を使用することで MATLAB 上で数値処理と同時に数式処理を行うことが可能となる。

3. 結果

図1は、スタンフォードマニピュレータ⁽⁴⁾ という6リンクロボットアームの1リンク目における動力学方程式の

導出結果の一部である。このようにリンク数が多いと動力学方程式の項の数は多大なものとなる。本研究で行った簡略化は、図2のようにロボットアームに軌道を描かせて各関節の変位の関係を導き、動力学方程式の各項の重み付けをして行った。方程式に約1200項あったのに対し簡略化後は、9割の重みを取り出すだけで項の数を約180項にすることが可能であった。

$$F1 = \begin{aligned} & (\%30 - \%37 - 2 L6 m6 z6 \cos(\text{th}2) - \%36 - L6 m6 \cos(\text{th}2) + 2 \%35 - \%33 \\ & - 2 \%31 - \%34 - \%32) q4^2 q2 - \sin(\text{th}2) \%6 (m6 L2 \\ & + m6 z6 \sin(\text{th}5) \sin(\text{th}4) + L2 m3 + L2 m5 + L2 m4 \\ & + m6 L6 \sin(\text{th}5) \sin(\text{th}4) q3 + \%6 (m6 \sin(\text{th}2) d3^2 \\ & + m4 \sin(\text{th}2) d3^2 + m3 \sin(\text{th}2) d3^2 + m5 \sin(\text{th}2) d3^2 \\ & + \cos(\text{th}4) \cos(\text{th}2) \sin(\text{th}5) L6 m6 + m6 L6 \sin(\text{th}2) \cos(\text{th}5) \\ & \vdots \\ & : 80 \text{ 行省略} \end{aligned}$$

図1 動力学方程式

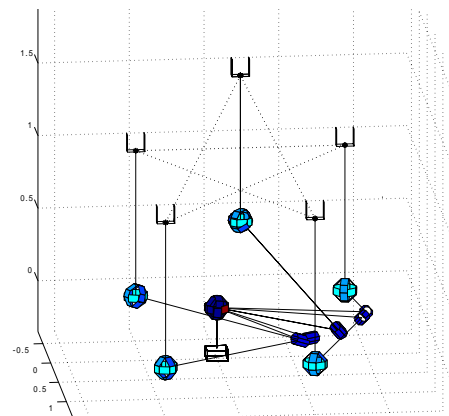


図2 ロボットアームの表示結果

4. 結言

今回作成したプログラムにより、少ない項であっても実用性のある動力学方程式を提供し、ユーザーが理解し利用しやすい環境を構築することができた。しかし、方程式導出に時間がかかるので、導出のアルゴリズムを改良し、より速く計算をさせる必要がある。

参考文献

- (1) Peter I.Coke:Robotics TOOLBOX for Use with MATLAB
- (2) 三浦嘉章:豊橋技科大修士論文 (1987)
- (3) 清水大輔:数式処理システムを用いたリンク機構解析システムの開発 (1999)
- (4) Richard P.Paul:ROBOT MANIPULATORS(1984)